1. feladat: Lindenmayer (60 pont)

Az L-rendszer vagy a Lindenmayer-rendszer egy párhuzamos átírási rendszer– Lindenmayer Arisztid magyar származású elméleti biológus találta ki.

A rendszernek van egy kezdőállapota, amit egy karaktersorozattal írunk le. Bevezetünk egy $a_i \rightarrow S_i$ szabályhalmazt a karakterek módosítására, ahol a szabály bal oldalán egyetlen karakter szerepel, jobb oldalán pedig egy karaktersorozat. Minden egyes lépésben a lehető legtöbb szabályt kell alkalmazni – ha egy karakterre nincs átalakító szabály, akkor az marad, amilyen volt.

Példa: Kezdőállapot: `AA`, Szabályok: `A→BC`, `B→AB`

Az `AA`-ból 3 lépésben kapott sorozatok: `AA→BCBC→ABCABC→BCABCBCABC`

Állítsd elő a következő Lindenmayer rendszerek által generált sorozatok első 4 elemét!

A. Kezdőállapot: A, szabályok: `A→AB`, `B→A`

B. Kezdőállapot: A, szabályok: `A→B[A]`, `B→BB`

C. Kezdőállapot: A, szabályok: `A→AB`, `B→BA`

D. Kezdőállapot: F, szabályok: `F→F+G`, `G→FG`

E. Kezdőállapot: PQ, szabályok: `P→Q-Q`, `Q→PR`

2. feladat: Kétvégű sor (60 pont)

Egy kétvégű sorra az alábbi műveleteket definiáljuk:

- `üres` igaz, ha a sorban nincs elem
- `első` a sor első eleme
- `utolsó` a sor utolsó eleme
- `sorvégéről` kidob egy elemet a sor végéről
- `sorelejéről` kidob egy elemet a sor elejéről
- `sorvégére(x)` berakja `x`-et a sor végére

A sor kezdetben üres. Az alábbi algoritmusrészlet az `n` hosszú `a` vektorból, valamint a `k` számból számolja ki a `b` vektor elemeit:

```
Ciklus i=1-től k-ig
  Ciklus amíg nem üres és a[i]≤a[utolsó]
    sorvégéről
  Ciklus vége
  sorvégére(i)
Ciklus vége
b[1]:=a[első]
Ciklus i=k+1-től n-ig
  Ha első<i-k+1 akkor sorelejéről
  Ciklus amíg nem üres és a[i]≤a[utolsó]
    sorvégéről
  Ciklus vége
  sorvégére(i)
  b[i-k+1]:=a[első]
Ciklus vége
```

A. Mi lesz a `b` vektorban, ha kezdetben `n=3`, `k=3`, `a=[1,2,3]`?

B. Mi lesz a `b` vektorban, ha kezdetben `n=7`, `k=3`, `a=[4,3,2,1,2,3,4]`?

C. Mi lesz a `b` vektorban, ha kezdetben `n=7`, `k=3`, `a=[1,2,3,4,3,2,1]`?

D. Mi lesz a `b` vektorban, ha kezdetben `n=7`, `k=3`, `a=[3,5,2,1,7,2,8]`?

E. Fogalmazd meg, hogy függ a `b` vektor az `a` vektor elemeitől!

<u>3. feladat</u>: Mit csinál (60 pont)

Az alábbi eljárás az `a` és a `b` pozitív egész értékű változókból számítja ki `p`, `q` és `c` értékét.

```
Valami(a,b,c,p,q):
  x:=a; y:=b; p:=1; q:=1
  Ciklus amíg x≠y
    Ha x<y akkor r:=felsőegészrész((y-x)/a)
                 x:=x+r*a; p:=p+r
        különben r:=felsőegészrész((x-y)/b)
                 y:=y+r*b; q:=q+r
  Ciklus vége
  c:=x
Eljárás vége.
```

A. Mi lesz `p`, `q` és `c` értéke, ha `a=7`, `b=11`?

B. Mi lesz `p`, `q` és `c` értéke, ha `a=24`, `b=18`?

C. Mi lesz `p`, `q` és `c` értéke, ha `a=25`, `b=125`?

D. Fogalmazd meg általánosan, hogyan függ `p`, `q` és `c` értéke `a`-tól és `b`-től!

E. Melyik `a,b` számpárra ismétlődik meg legtöbbször a ciklus (és hányszor), ha

E1. `1≤a≤b≤5`,

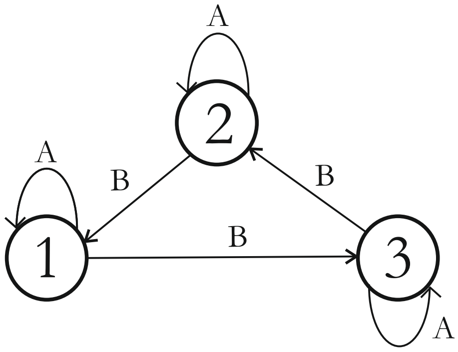
E2. `1≤a≤b≤10`,

E3. `1≤a≤b<=100`?

F. Fogalmazd meg általánosan, hogy a és b értékétől függően legfeljebb hányszor ismétlődhet meg a ciklus, és milyen a, b számpárok esetén következik ez be!

<u>4. feladat</u>: Automata (50 pont)

Egy automata kezdetben az 1-es állapotban van, jeleket olvas és a jelek hatására az állapota megváltozhat. Ha 1-es állapotban a bemenetére `A` betű érkezik, akkor marad 1-es állapotban, ha `B` betű érkezik, akkor átkerül 3-as állapotba. A 2-es állapotból `A` hatására marad 2-esben, `B` hatására visszamegy 1-esbe, a következő ábra szerint. Az automata az alábbi rajzzal ábrázolható:




A. Milyen állapotba kerül az automata a `BBAABB` jelsorozat hatására? Add meg az egyes jelek utáni állapotokat is!

B. Milyen állapotba kerül az automata az `AABAAB` jelsorozat hatására? Add meg az egyes jelek utáni állapotokat is!

C. Milyen állapotba kerül az automata az `BABBABA` jelsorozat hatására? Add meg az egyes jelek utáni állapotokat is!

D. Milyen állapotba kerül az automata az `BAABABAB` jelsorozat hatására? Add meg az egyes jelek utáni állapotokat is!

E. Milyen jelsorozat szükséges ahhoz, hogy az automata a végén 3-s állapotban legyen? Fogalmazd meg általánosan!

<u>5. feladat</u>: Logika (60 pont)

Tekintsük az alábbi közismert logikai műveleteket:

AND

| A\B | hamis | igaz |
|---|---|---|
| hamis | hamis | hamis |
| igaz | hamis | igaz |

OR

| A\B | hamis | igaz |
|---|---|---|
| hamis | hamis | igaz |
| igaz | igaz | igaz |

XOR

| A\B | hamis | igaz |
|---|---|---|
| hamis | hamis | igaz |
| igaz | igaz | hamis |

EQU

| A\B | hamis | igaz |
|---|---|---|
| hamis | igaz | hamis |
| igaz | hamis | igaz |

NAND

| A\B | hamis | igaz |
|---|---|---|
| hamis | igaz | igaz |
| igaz | igaz | hamis |

NOR

| A\B | hamis | igaz |
|---|---|---|
| hamis | igaz | hamis |
| igaz | hamis | hamis |

Számítógépen a hamis értéket 0-val, az igaz értéket 1-gyel ábrázoljuk. A logikai műveleteket eredményét így már az egész számok halmazán is kiszámíthatjuk az összeadás, kivonás és szorzás alkalmazásával. A végeredménynek ekkor mindenképpen 0-nak vagy 1-nek kell lennie.

Például A AND B → A*B, NOT A → 1–A.

Valósítsd meg az alábbi logikai műveleteket az összeadás, kivonás, szorzás megfelelő használatával!

A. `X OR Y`

B. `X XOR Y`

C. `X EQU Y`

D. `X NAND Y`

E. `X NOR Y`

Mely ismert logikai operátoroknak felelnek meg az alábbi kifejezések?

F. $X^2*Y^2$

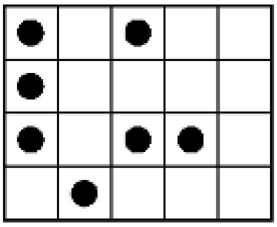
G. $1-X^3$

6. feladat: Robotok (60 pont)

Egy NxM-es négyzetrácsos elrendezésben megadott mezőkön lévő tárgyakat kell begyűjteni robotokkal. Minden robot a négyzetrács (1,1) koordinátájú bal felső sarkából indul, az (N,M) koordinátájú jobb alsó sarkába megy. Egy lépésben szomszédos mezőre léphet lefelé vagy jobbra. Az útja során az érintett mezőkön lévő tárgyakat gyűjti be. Az a cél, hogy a lehető legkevesebb robotot kelljen indítani, hogy azok minden tárgyat begyűjtsenek.

Add meg, hogy legkevesebb hány robot kell, és add meg az egyes robotok útvonalát! Egy robot útvonalát a lépéseinek sorozatát leíró karaktersorozattal add meg, a lefelé lépés jele az 'L', a jobbra lépés jele a 'J' karakter legyen! Több megoldás esetén bármelyik megadható.

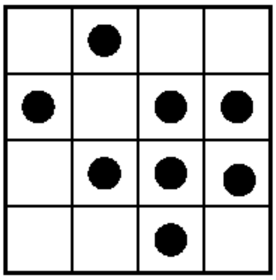
Példa:



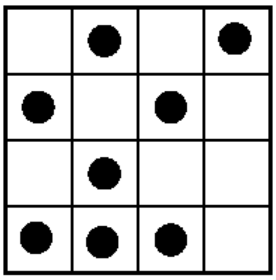
Robotok száma 2

```
1: LLLJJJJ
2: JJLLJJL
```

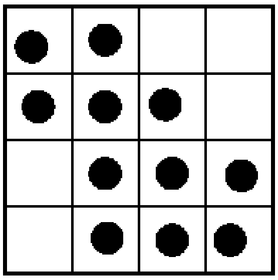
A.



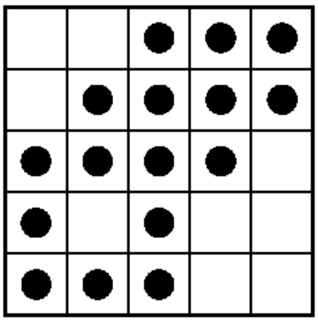
B.



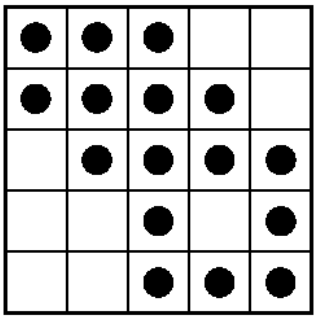
C.



D.



E.



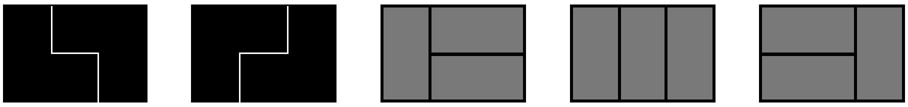
7. feladat: Járdakövezés1 (50 pont)

Egy 2xN méretű járdát kell kikövezni. A kövezéshez az alábbi kétfajta lapot lehet használni:

Minden lap elforgatva is lerakható.

Példa:

N=3 esetén az alábbi 5 kikövezés lehet.



Add meg, hogy az alábbi méretekre hányféleképpen lehet a járdát kikövezni!

A. N=1

B. N=2

C. N=4, add meg a lehetséges kikövezések ábráit is!

D. N=5

E. N=6

F. N=7

G. N=8

**Elérhető összpontszám: 400 pont**