

Kérjük, hogy a dolgozatokat – az egységes értékelés érdekében – szigorúan az alábbi útmutató szerint pontozzák, a megadott részpontoszámokat ne bontsák tovább! Vagyis, ha egy részmegoldásra pl. 3 pontot javasolunk, akkor arra vagy 0, vagy 3 pont adható.

Beküldési ponthatár: **160 pont**

Beküldési határidő: **2025. november 24.** (minden versenyző eredménye, a beküldhető munkája)

### 1. feladat (50 pont)

Egy labirintus alaprajzát olyan fekete-fehér négyzetrácscsal ábrázoljuk, ahol a fekete mezők falakat jelölnek, míg a fehér mezőkön szabadon lehet mozogni. Egy lépésben egy fehér mezőről indulva vízszintesen vagy függőlegesen haladva tetszőleges számú fehér mezőt léphetünk át úgy, hogy végül fehér mezőre vagy a labirintuson kívülre kell érkeznünk. Lépés közben fekete mezőt nem szabad átlépni.

- A. Add meg az alábbi **1. labirintus** esetén az A-val és B-vel jelölt helyekről legkevesebb hány lépéssel lehet kijutni a labirintusból.

A: <b>3</b>	<b>7 pont</b>	B: <b>4</b>	<b>7 pont</b>
-------------	---------------	-------------	---------------

- B. Írd be a **2. labirintus** minden fehér mezőjébe a legkisebb lépésszámot, amivel az adott mezőből indulva ki lehet jutni a labirintusból.

**36 pont, minden helyes érték 1 pont. A helyes kitöltés:**

1. labirintus

		A					
				B			

2. labirintus

1	1	1	1	1			
			1	1	2	2	
	2				3		
	2	3	3	3	3		1
	2		4			1	1
1	1		4	5	5		
1		5	4			1	1
1	1			1	1	1	

2. feladat (90 pont)

A lenti függvény bemeneti paramétere az  $X$  pozitív egész és az  $A$  pozitív egészeket tartalmazó,  $N$  elemű tömb. A tömböt 1-től indexeljük.

```

Redukál( $X$ ,  $A[]$ ):
  Ciklus  $k=1$ -től  $N$ -ig
    Ciklus amíg  $A[k]>0$ 
      Ha  $X \geq A[k]$  akkor
         $X := X - 1$ ;
      különben
         $X := X + 1$ ;
      Elágazás vége
       $A[k] := A[k] - 1$ ;
    Ciklus vége
  Ciklus vége
  Ki:  $X$ 
Eljárás vége

```

Válaszolj az alábbi kérdésekre!

A. Mi lesz a Redukál( $42, [13, 6, 4]$ ) hívás kimenete?

$X =$     **19**

**15 pont**

B. Mi lesz a Redukál( $5, [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$ ) hívás kimenete?

$X =$     **0**

**15 pont**

C. Mi lesz a Redukál( $5, [3, 8, 4, 11]$ ) hívás kimenete?

$X =$     **1**

**15 pont**

D. Mi lesz a Redukál( $42, [60, 45, 45]$ ) hívás kimenete?

$X =$     **0**

**15 pont**

E. Mi lesz a Redukál( $487654320, [234567891, 345678921]$ ) hívás kimenete?

$X =$     **0**

**15 pont**

F. Mi lesz a Redukál( $12345678987, [23456789123, 34567890123]$ ) hívás kimenete?

$X =$     **1**

**15 pont**

3. feladat (100 pont)

A 0 és 1 számjegyek felhasználásával készített sorozatokat bitsorozatoknak nevezzük. Például 01000110 egy 8 elemű bitsorozat. Hosszú bitsorozatokat képezhetünk úgy, hogy kezdetben vesszük az egyelemű 0 bitsorozatot és két helyettesítési szabályt, amik megadják, hogy az aktuális sorozatban az összes 0 számjegyet, illetve 1 számjegyet milyen bitsorozatra kell lecserélni. A szabályokat több lépésen keresztül alkalmazva újabb és újabb bitsorozatokat kapunk.

Például, ha a két szabály  $0 \rightarrow 01$  és  $1 \rightarrow 00$ , akkor a 0 bitsorozatból kiindulva egy lépés után a 01, két lépés után a 0100 bitsorozat adódik.

A. Legyenek a szabályok  $0 \rightarrow 101$  és  $1 \rightarrow 1$ . Add meg az alábbi adatokat.

A két lépés után kapott sorozat:	<b>11011</b>	<b>8 pont</b>
A tíz lépés után kapott sorozat hossza:	<b>21</b>	<b>12 pont</b>

B. Legyenek a szabályok  $0 \rightarrow 010$  és  $1 \rightarrow 1$ . Add meg az alábbi adatokat.

A két lépés után kapott sorozat:	<b>0101010</b>	<b>8 pont</b>
A tíz lépés után kapott sorozat hossza:	<b>2047</b>	<b>12 pont</b>

C. Legyenek a szabályok  $0 \rightarrow 01$  és  $1 \rightarrow 10$ . Add meg az alábbi adatokat. (A sorozatok elemeit 1-től sorszámozzuk.)

A két lépés után kapott sorozat:	<b>0110</b>	<b>8 pont</b>
A tíz lépés után kapott sorozat 700., 801. és 899. elemei:	<b>1, 1, 0</b>	<b>20 pont</b>
A 60 lépés után kapott sorozat $10^{10}$ ., $(10^{12}-1)$ . és $(10^{14}+1)$ . elemei:	<b>0, 1, 1</b>	<b>32 pont</b>

**A második és harmadik sorra csak akkor jár pont, ha mindhárom bit értéke helyes!**

#### 4. feladat (60 pont)

Zoli pizzafutár. Az étteremben, ahol dolgozik, különböző méretű pizzákat lehet rendelni. Ha keletlen sok rendelés beérkezik, akkor az elkészült pizzákat az étterem dolgozói egy oszlopban egymásra pakolva berakják Zoli autójába. Az oszlopban a pizzák sorrendje tetszőleges.

Zoli szereti a rendet, ezért át akarja rendezni a pizzákat úgy, hogy ne legyen nagyobb pizza kisebb pizza fölött az oszlopban. Mivel nincs sok hely a kocsiban, ezért ezt úgy próbálja elérni, hogy egy lépésben a kezébe vesz az oszlop tetején lévő dobozokból valamennyit, majd fordított sorrendben visszateszi őket az oszlop tetejére. Például, ha az oszlopban lévő dobozok méretei (fentről lefelé felsorolva) (45, 32, 28, 60), akkor a felső három doboz kivétele és megfordítása után a dobozok sorrendje (28, 32, 45, 60) lesz, ami már megfelel Zolinak.

Zoli stratégiája, hogy először a lehető legkevesebb lépésben az oszlop aljára mozgatja a legnagyobb dobozt, majd (szintén a lehető legkevesebb lépésben) erre rá a második legnagyobbat, és így tovább.

A. Mi lesz az oszlopban a dobozok sorrendje, ha a jelenlegi sorrend (22, 32, 28, 60, 45) és Zoli a felső négy dobozt fordítja meg?

<b>(60, 28, 32, 22, 45)</b>	<b>9 pont</b>
-----------------------------	---------------

- B. Add meg a dobozok sorrendjét Zoli minden további lépése után, ha a stratégiájának megfelelően folytatja a dobozok átrendezését.

(45, 22, 32, 28, 60)	<b>36 pont</b>
(28, 32, 22, 45, 60)	<b>Minden helyes sor 9 pont az első helytelenig, onnantól kezdve minden sor 0 pont.</b> Ha a (60, 28, 32, 22, 45) sorrendet is odaírja a legelejére, akkor is adjuk meg a pontokat.
(32, 28, 22, 45, 60)	
(22, 28, 32, 45, 60)	

- C. Add meg a 28, 32, 45 méretű dobozok egy olyan sorrendjét, ahol Zoli stratégiájával a lehető legtöbb lépésre van szükség a rendezéshez.

(28, 45, 32)	<b>15 pont</b>
--------------	----------------

### 5. feladat (100 pont)

Bittonéziában elhatározták, hogy összeszámlálják a tigriseket. A kutatócsoportok  $N=1\,000\,000$  tigrissalád élőhelyét figyelték meg és megadták, hogy az adott élőhelyen hány tigris található (legalább 0 és legfeljebb 9999 tigris). Az élőhelyeket 1-től  $N$ -ig sorszámozzuk és az  $i$ -edik élőhelyen található tigrisek számát  $T_i$  jelöli.

Az egyes élőhelyeken megfigyelt tigrisek számát az alábbi sorozat adja meg (a mod 10000 művelet a 10000-rel vett osztási maradékot jelenti):

- $i=1, 2, \dots, 55$  esetén  $T_i = (1003 \cdot i - 2003 \cdot i \cdot i + 3007 \cdot i \cdot i \cdot i) \bmod 10000$
- Minden  $i > 55$ -re  $T_i = (T_{i-24} + T_{i-55}) \bmod 10000$

Válaszolj az alábbi kérdésekre:

- A. Add meg az alábbi élőhelyeken megfigyelt tigrisek számát.

$i$	1	56	1 000 000
$T_i$	<b>2007</b> <b>10 pont</b>	<b>6407</b> <b>10 pont</b>	<b>4692</b> <b>10 pont</b>

- B. Hány tigrist figyeltek meg összesen?

<b>5005330257</b>	<b>15 pont</b>
-------------------	----------------

- C. Hány olyan élőhely van, ahol 0 tigrist találtak?

<b>121</b>	<b>15 pont</b>
------------	----------------

D. Hány olyan élőhely van, ahol az átlagos tigrisszámnál több tigrist figyeltek meg?

<b>500057</b>	<b>20 pont</b>
---------------	----------------

E. Melyik tigrisszám volt a leggyakoribb? (Egyenlőség esetén a legmagasabbat kell megadni.)

<b>6453</b>	<b>20 pont</b>
-------------	----------------