1. feladat (50 pont)

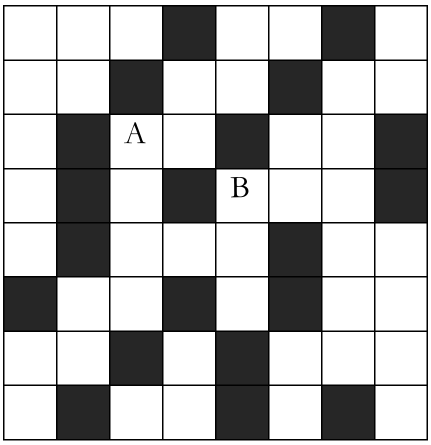
Egy labirintus alaprajzát olyan fekete-fehér négyzetráccsal ábrázoljuk, ahol a fekete mezők falakat jelölnek, míg a fehér mezőkön szabadon lehet mozogni. Egy lépésben egy fehér mezőről indulva vízszintesen vagy függőlegesen haladva tetszőleges számú fehér mezőt léphetünk át úgy, hogy végül fehér mezőre vagy a labirintuson kívülre kell érkeznünk. Lépés közben fekete mezőt nem szabad átlépni.

A. Add meg, hogy az alábbi **1. labirintus** esetén az A-val és B-vel jelölt mezőkről indulva legkevesebb hány lépéssel lehet kijutni a labirintusból. Azt is add meg, hogy hány különböző lépéssorozattal lehet a minimális számú lépéssel kijutni ezekről a helyekről.

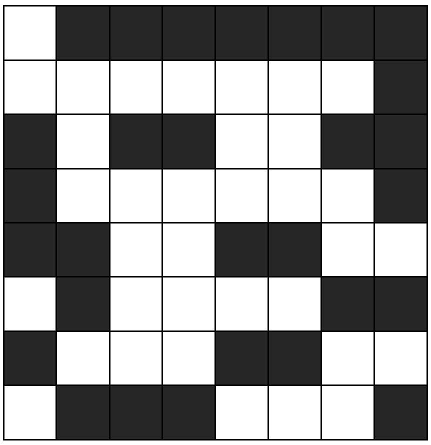
Minimum lépésszám A-ból: Lépéssorozatok száma A-ból:	Minimum lépésszám B-ből: Lépéssorozatok száma B-ből:

B. Jelöld meg (az 1, 2, … számokkal) a **2. labirintus**ban azokat a mezőket, ahonnan a legtöbb lépés szükséges a kijutáshoz. Minden megjelölt mezőre add meg, hányféle különböző lépéssorozattal lehet kijutni ezekről a mezőkről a minimális számú lépésben.

1. labirintus



2. labirintus



2. feladat (40 pont)

Külföldi nyaralásra a helyi pénznemből a felsorolt értékű bankjegyeket vittük magunkkal. Határozd meg azt a legkisebb pénzösszeget, amit nem lehetséges **pontosan** kifizetni a pénzünkből.

Bankjegyek	Legkisebb nem kifizethető összeg
`1,2,4,8,16,32,64`	
`1,1,2,5,10,15,25,35,100`	
`7,34,83,1,17,2,1,170,5`	
`2,100,5,10,2,20,30,80,1,1,90`	

3. feladat (70 pont)

Az `N` elemű, egész számokat tartalmazó `T=[T[1],T[2],…,T[N]]` tömböt *kupac* tulajdonságúnak nevezzük, ha minden `i` indexre teljesülnek az alábbiak:

- Ha `2*i≤N`, akkor `T[i]≤T[2*i]`.
- Ha `2*i+1≤N`, akkor `T[i]≤T[2*i+1]`.

Válaszold meg az alábbi kérdéseket.

A. Tegyük fel, hogy `T` tömbnek 10 eleme van, kupac tulajdonságú és elemei páronként **különbözőek**. Sorold fel, melyik indexeken fordulhatnak elő a következő elemek:

`T` legkisebb eleme:	
`T` legnagyobb eleme:	
`T` harmadik legkisebb eleme:	

B. Tekintsük a következő eljárásokat, ahol `T` kupac tulajdonságú, `N` elemű tömb és `X` egy tetszőleges egész szám.

```
Be1(N, T[], X):
 T[N+1]:=X;
 N:=N+1;
 Ciklus i=N-től 1-ig
  Ha 2*i+1≤N és T[i]>T[2*i+1]:
   Csere(T[i],T[2*i+1]);
  Ha 2*i≤N és T[i]>T[2*i]:
   Csere(T[i],T[2*i]);
 Ciklus vége
Eljárás vége
```

```
Be2(N, T[], X):
 T[N+1]:=X;
 N:=N+1;
 Ciklus i=N-1-től 1-ig
  Ha T[i]>T[i+1]:
   Csere(T[i],T[i+1]);
 Ciklus vége
Eljárás vége
```

a. Mi lesz a `Be1(8,[1,5,6,7,7,8,8,9],4)` hívás után a `T` tömb tartalma?

T =

b. Mi lesz a `Be2(8,[1,5,6,7,7,8,8,9],4)` hívás után a `T` tömb tartalma?

T =

c. A két hívás végén kapott tömbök közül melyik lesz kupac tulajdonságú?

`Be1` után   `Be2` után   Mindkettő után   Egyik után sem

d. Melyik eljárással kapunk biztosan kupac tulajdonságú tömböt tetszőleges megengedett bemenetre?

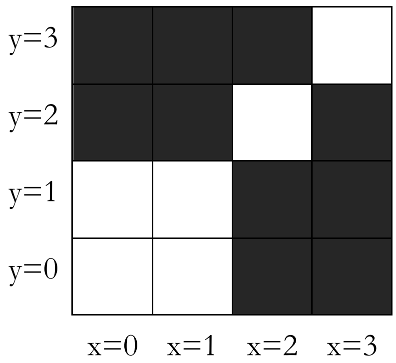
`Be1` után   `Be2` után   Mindkettő után   Egyik után sem

<u>4. feladat</u> (100 pont)

A „négyágú fa" kódolást 2^Nx2^N méretű fekete-fehér képek tömörítésére használják. A módszer a képeket bitsorozatokká (`0` és `1` számjegyek sorozatává) alakítja át, melyeket balról jobbra olvasva a következő szabályok szerint dekódolunk:

- A legelső bit a teljes 2^Nx2^N részt írja le.
- Ha a sorozatban `0` bit következik, az felosztást jelent: az aktuális 2^kx2^k méretű részt négy darab 2^{k-1}x2^{k-1} méretű kisebb részre bontjuk és a sorozat ezek leírásával folytatódik, rendre a bal felső, jobb felső, bal alsó, majd jobb alsó rész leírásával.
- Ha a sorozatban az `10` bitek következnek, akkor az általuk leírt rész csak fekete képpontokat tartalmaz.
- Ha a sorozatban az `11` bitek következnek, akkor az általuk leírt rész csak fehér képpontokat tartalmaz.

Vegyük például a következő `4x4` méretű képet:



A képet ekkor le lehet írni a következő bitsorozattal (a felosztást jelző `0` biteket megvastagítottuk; a dőlttel jelölt `11` részsorozat a teljes `(x,y)=(0,0),(0,1),(1,0),(1,1)` rész fehér színét írja le):

0010101010**0**10111110*11***0**10101010

Ez a leírás ugyanakkor nem egyértelmű.

A. Add meg a legrövidebb olyan bitsorozatot, ami a fenti képet írja le.

B. Színezd ki a képpontokat az alábbi bitsorozatnak megfelelően.

`0111100111011111111110111111010111111`

C. Mennyi lesz a legrövidebb kódoló bitsorozat hossza az alábbi méretű képekre, ha pontosan egy képpont fekete és a többi fehér?

4x4	
16x16	
2^8x2^8	

D. Mennyi lesz a legrövidebb kódoló bitsorozat hossza az alábbi méretű képekre, ha pontosan azok a képpontok feketék, amikre `x=0` vagy `y=0` (vagy mindkettő) teljesül?

4x4	
16x16	
2^8x2^8	

<u>5. feladat</u> (40 pont)

Egy építkezésen több munkát is el kell végezni, melyek közül bizonyos munkákat csak akkor lehet elkezdeni, ha más munkákkal már korábban végeztek. A munkákat sorszámokkal azonosítjuk, és az előfeltételeket számpárokkal adjuk meg: az `(x,y)` pár jelentése, hogy az `y` munka elkezdése előtt el kell végezni az `x` munkát. A munkákat egyesével végzik el a munkások.

A munkavégzés sorrendjének meghatározásához a megadott előfeltételek mellett még két további szabályt alkalmaznak:

- Van egy kritikus fontosságú `X` munka, amit a lehető legkorábban el kell végezni (az előfeltételek betartása mellett).
- Minden esetben, amikor az előfeltételek és a kritikus munkára vonatkozó szabály megengedik több munka elvégzése között a választást, a lehető legkisebb sorszámút kell elvégezni.

Add meg a munkavégzés sorrendjét a következő esetekben.

Előfeltételek	Kritikus munka	Munkavégzés sorrendje
(5,2),(1,3),(1,4),(2,3)	4	
	2	
(2,3),(4,6),(1,2), (6,7),(5,7)	7	
	6	

6. feladat (100 pont)

Sütiországban a király sütiösszeírást kezdeményezett. A sütiszámlálók felkeresték mind az N=1 000 000 háztartást és feljegyezték, hogy az adott címen hány süti található (legalább 0 és legfeljebb 9999 süti). A háztartásokat 1-től N-ig sorszámozzuk és az i-edik háztartásban található sütik számát S_i jelöli.

Az egyes háztartásokban számolt sütik számát az alábbi sorozat adja meg (a mod 10000 művelet a 10000-rel vett osztási maradékot jelenti):

- i=1,2,…,55 esetén S_i = (1003*i−2003*i*i+3007*i*i*i) mod 10000
- Minden i>55-re S_i = (S_{i-24}+S_{i-55}) mod 10000

Válaszolj az alábbi kérdésekre:

A. Add meg az alábbi háztartásokban található sütik számát.

i	2	70	999 999
S_i			

B. Hány süti van összesen Sütiországban?

C. Hány olyan háztartás van, ahol 0 süti található?

D. A király szeretne kiválasztani pontosan két olyan (különböző) háztartást, ahol összesen 6666 süti található. Hányféleképpen lehet ezt megtenni?

E. A király most szeretne pontosan három különböző háztartást kiválasztani, ahol összesen `9999` süti található. Hányféleképpen lehet ezt megtenni?
