

An aerial photograph of Budapest, Hungary, showing the Danube River and the city skyline. The image is in black and white. A semi-transparent white rectangle is overlaid on the center of the image, containing the text "Mohó stratégia".

Mohó stratégia



Mohó stratégia



A mohó stratégia elemei

1. Fogalmazzuk meg az optimalizációs feladatot úgy, hogy választások sorozatával építjük fel a megoldást!
2. Mohó választási tulajdonság: Mutassuk meg, hogy mindig van olyan megoldása az eredeti feladatnak, amely a mohó választással kezdődik!
3. Optimális részprobléma tulajdonság: Bizonyítsuk be, hogy a mohó választással olyan redukált problémát kapunk, amelynek optimális megoldásához hozzávéve a mohó választást, az eredeti probléma megoldását kapjuk!





Mohó stratégia



Feladat:

N -féle pénzjegyük van, P_1, P_2, \dots, P_n címletű ($P_i < P_{i+1}$). Add meg, hogy minimálisan melyek felhasználásával fizethető ki az F összeg! Feltehetjük, hogy minden pénzjegyből tetszőleges számú van.

Megoldás:

Vegyünk a legnagyobb címletű pénzjegyből, amennyi szükséges, majd a maradék összeget fizessük ki a nála kisebb pénzjegyekkel!





Mohó stratégia



Pénzváltás (N, P, F, Db) :

$i := N$

Ciklus amíg $i > 0$ és $F > 0$

$db(i) := F \text{ div } P(i); F := F \text{ mod } P(i)$

$i := i - 1$

Ciklus vége

Ha $i = 0$ akkor ...

Eljárás vége.

Probléma: $P = (1, 3, 4)$, $F = 6$ esetén a megoldás $(2, 0, 1)$, azaz 3 pénzjeggyel fizetnénk ki a 6 forintot, pedig $6 = 3 + 3!$

A helyes működés feltétele: $2 * P(i) \leq P(i+1)$.





Mohó stratégia



Feladat:

Egy kábelhálózat különböző csatornáin N filmet játszanak. Ismerjük mindegyik film kezdési és végidejét. Egyszerre csak 1 filmet tudunk nézni. Add meg, hogy maximum hány filmet nézhetünk végig!

Megoldás:

A megoldás egy N elemű halmaz legnagyobb, adott tulajdonsággal rendelkező részhalmazának kiválasztása.

Probléma: egy N elemű halmaznak 2^N részhalmaza van.



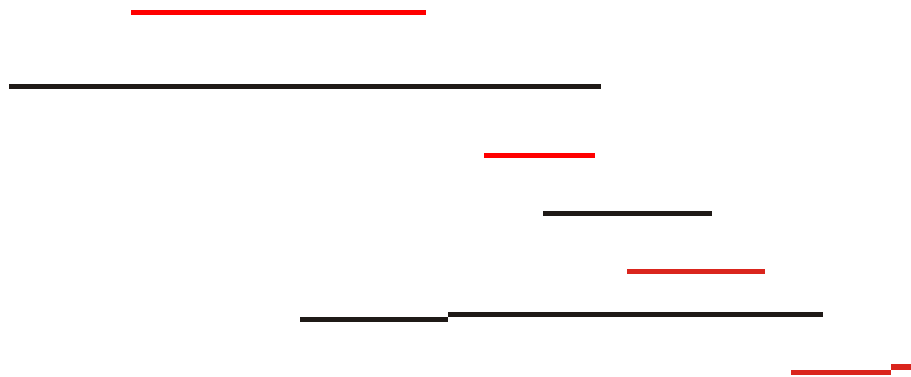


Mohó stratégia



Ötlet:

Rendezzük sorba a filmeket befejezési idejük szerint növekvő sorrendbe!



Ha a leghamarabb befejeződőt választjuk, akkor lesz a legtöbb lehetőségünk a többi közül választani.





Mohó stratégia



Megoldás-1:

Filmek (események) száma: N . Kezdőidők: K_i . Végidők: V_i .

Eredeti (rendezés előtti) sorszám: S_i .

Kiválogatás (N, K, V, Db, X) :

Rendezés (N, K, V, S)

$Db := 1$; $X(Db) := S(1)$; $j := 1$

Ciklus $i=2$ -től N -ig

Ha $K(i) \geq V(j)$ akkor $Db := Db + 1$; $X(Db) := S(i)$
 $j := i$

Ciklus vége

Eljárás vége.





Mohó stratégia



Megoldás-2:

Filmek (események) száma: N . Kezdőidők: K_i . Végidők: V_i .
Kezd _{j} : a j -ben végződő, legkésőbb kezdődő film kezdete, S_j a sorszáma. $1 \leq K_i, V_i \leq M$.

Kiválogatás (N, K, V, Db, X) :

$Db := 0$; $idő := 0$; Kezdetek ($N, K, V, Kezd, S$)

Ciklus $i=1$ -től M -ig

Ha $S(i) \neq 0$ és $idő \leq Kezd(i)$

akkor $Db := Db + 1$; $X(Db) := S(i)$; $idő := i$

Ciklus vége

Eljárás vége.





Mohó stratégia



Megoldás-2:

Kezd; előállítása:

Kezdetek $(N, K, V, Kezd, S)$:

$Kezd := (0, \dots, 0)$

Ciklus $i=1$ -től N -ig

Ha $K(i) > Kezd(V(i))$

akkor $Kezd(V(i)) := K(i)$; $S(V(i)) := i$

Ciklus vége

Eljárás vége.





Mohó stratégia



Feladat:

Egy vállalkozó 1 napos munkákat vállal. Ismerjük mindegyik munka határidejét. N napot dolgozik, N igényt kapott. Egy nap csak 1 munkát végezhet. Add meg, hogy maximum hány munkát vállalhat el!

Megoldás:

A megoldás egy N elemű halmaz legnagyobb, adott tulajdonsággal rendelkező részhalmazának kiválasztása.

Probléma: egy N elemű halmaznak 2^N részhalmaza van.





Mohó stratégia



Ötlet:

Tegyünk minden munkát a legutolsó napra, amikor még elvégezhető!

Ezzel a lehető legkevesebb másik munka elvállalását akadályozzuk meg.

Megoldás₁:

Vegyük sorra a munkákat és mindegyiknek keressük meg a határideje előtt utolsó szabad napot!





Mohó stratégia



Megoldás-1:

Kiválogatás (N, H, Db, Nap) :

$Db := 0; Nap() := (0, \dots, 0)$

Ciklus $i=1$ -től N -ig

Ciklus amíg $H(i) > 0$ és $Nap(H(i)) > 0$

$H(i) := H(i) - 1$

Ciklus vége

Ha $H(i) > 0$ akkor $Db := Db + 1; Nap(H(i)) := i$

Ciklus vége

Eljárás vége.

Futási idő: $O(N^2)$





Mohó stratégia



Megoldás-2:

Rendezzük sorba a munkákat $H(i)$ szerint! Egy munka elvégezhető a határidejére, ha kevesebbet választottunk ki előtte, mint a határideje. Tegyük a munkát az első szabad napra!

Kiválogatás (N, H, Db, Nap) :

Rendezés (N, H, S)

$Db := 1; Nap(Db) := S(1)$

Ciklus $i=2$ -től N -ig

Ha $Db < H(i)$ akkor $Db := Db + 1; Nap(Db) := S(i)$

Ciklus vége

Eljárás vége.



Futási idő: $O(N)$



Mohó stratégia



Feladat:

Egy vállalkozó 1 napos munkákat vállal. Ismerjük mindegyik munka határidejét. Egy nap csak 1 munkát végezhet. Az egyes munkákért különböző bért kaphat. Add meg, hogy maximum mennyit kereshet!

Megoldás:

A megoldás egy N elemű halmaz legnagyobb értékű, adott tulajdonsággal rendelkező részhalmazának kiválasztása.

Probléma: egy N elemű halmaznak 2^N részhalmaza van.





Mohó stratégia



Ötlet:

Rendezzük sorba a munkákat az összeg szerint csökkenő sorrendbe! Tegyük minden munkát a legutolsó napra, amikor még elvégezhető!

Ezzel a lehető legkevesebb másik munka elvállalását akadályozzuk meg és csak nála olcsóbbakat.

Megoldás:

Vegyük sorra a munkákat és mindegyiknek keressük meg a határideje előtt utolsó szabad napot!





Mohó stratégia



Megoldás:

Kiválogatás ($N, H, \text{Ár}, \text{Db}, \text{Nap}$) :

Rendezés ($N, H, \text{Ár}, S$)

$\text{Db} := 0$; $\text{Nap}() := (0, \dots, 0)$

Ciklus $i=1$ -től N -ig

 Ciklus amíg $H(i) > 0$ és $\text{Nap}(H(i)) > 0$

$H(i) := H(i) - 1$

 Ciklus vége

 Ha $H(i) > 0$ akkor $\text{Db} := \text{Db} + 1$; $\text{Nap}(H(i)) := S(i)$

 Ciklus vége

Eljárás vége.

Futási idő: $O(N^2)$





Mohó stratégia



Feladat:

Egy rendezvényt olyan teremben tartanak, amelyben M ülőhely van. A szervezők megrendeléseket fogatnak, minden megrendelés egy $[a,b]$ számpárral adható meg, ami azt jelenti, hogy a megrendelő olyan s ülőhelyet szeretne kapni, amelyre teljesül, hogy $a \leq s \leq b$.

Számítsd ki, hogy a szervező a megrendelések alapján a legjobb esetben hány megrendelést tud kielégíteni és adj is meg egy olyan jegykiosztást, amely kielégíti a megrendeléseket!





Mohó stratégia



Megoldás:

Adott x ülőhelyre jelölje $H(x)$ azokat az igényeket, amelyeknek megfelelő az x sorszámú ülőhely: $H(x) = \{i \mid a_i \leq x \leq b_i\}$!

Mohó választás: Az ülőhelyek szerint növekvően haladva az x ülőhelyre válasszuk azt a megfelelő igénylőt, akihez tartozó intervallum jobb végpontja a legkisebb!

H egyetlen prioritási sor lehet (b_i szerint), amelybe akkor kerül be egy index, ha intervallum kezdődik; és akkor kerül ki belőle, ha intervallum végződik!

A bemenet legyen a_i szerint rendezett!





Mohó stratégia



Megoldás:

Ülőhelyek (M, N, Beoszt) :

H:=üres; i:=1

Ciklus x=1-től M-ig

H bővítése azon i-kkel, amelyekre $a(i)=x$

Ha $H \neq \text{üres}$

akkor PrSorból (H, i) ; Beoszt (x) := i

H azon elemeinek törlése, amelyekre $x=b(i)$

Ciklus vége

Eljárás vége.





Mohó stratégia



H bővítése azon i -kkel, amelyekre $a(i) = x$:

Ciklus amíg $i \leq N$ és $a(i) = x$

PrSorba(H, i); $i := i + 1$

Ciklus vége

Eljárás vége.

H azon elemeinek törlése, amelyekre $x = b(i)$:

Ciklus amíg nem üres?(H) és első(H) = x

PrSorból(H, j)

Ciklus vége

Eljárás vége.





Mohó stratégia



Feladat:

Egy rendezvényre N vendég érkezik. Ismerjük mindegyiknek az érkezési és a távozási idejét. A résztvevőket fényképeken szeretnénk megörökíteni. Add meg, hogy minimum hányszor kell fényképet készíteni!

Megoldás:

A megoldás a lehetséges időpontok halmaza legkisebb, adott tulajdonsággal rendelkező részhalmazának kiválasztása.

Probléma: egy N elemű halmaznak 2^N részhalmaza van.



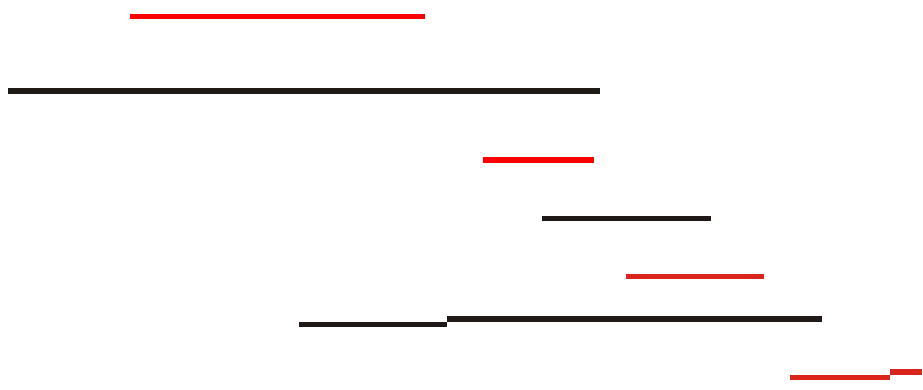


Mohó stratégia



Megoldás:

Akkor fényképezzünk, amikor feltétlenül szükséges! Ez azt jelenti, hogy amikor elmenne az első ember, aki még nem volt rajta egy fényképen sem, akkor fényképeznünk kell.





Mohó stratégia



Megoldás:

Emberek (események) száma: N . Érkezési idők: E_i . Távozási idők: T_i . Eredeti (rendezés előtti) sorszám: S_i .

Kiválogatás (N, E, T, Db, X) :

Rendezés (N, E, T, S)

$Db := 1$; $X(Db) := S(1)$; $j := 1$

Ciklus $i=2$ -től N -ig

Ha $E(i) \geq T(j)$ akkor $Db := Db + 1$; $X(Db) := S(i)$
 $j := i$

Ciklus vége

Eljárás vége.



A megoldás szó szerint azonos a filmes feladat megoldásával!



Mohó stratégia



Feladat:

Egy rendezvényre N vendég érkezik. Ismerjük mindegyiknek az érkezési és a távozási idejét. A résztvevőket fényképeken szeretnénk megörökíteni. A fényképészt K perces időintervallumokra fizetjük. Add meg, hogy minimum hány intervallumra kell fizetni!

Megoldás:

A megoldás a lehetséges időpontok halmaza legkisebb, adott tulajdonsággal rendelkező részhalmazának kiválasztása.



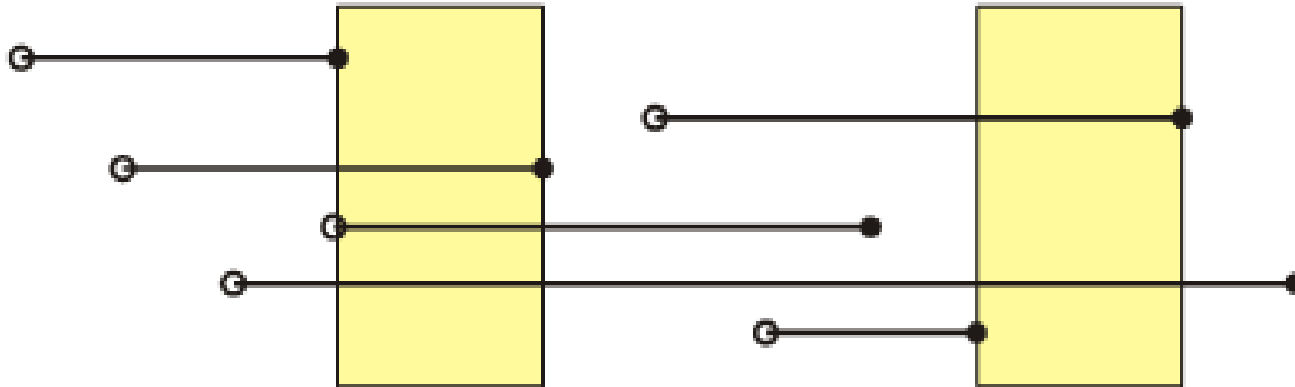


Mohó stratégia



Megoldás:

Akkor fényképezzünk, amikor feltétlenül szükséges! Ez azt jelenti, hogy amikor elmenne az első ember, aki még nem volt rajta egy fényképen sem, akkor kezdődik egy fényképezési intervallum.





Mohó stratégia



Megoldás:

Emberek (események) száma: N . Érkezési idők: E_i . Távozási idők: T_i . Eredeti (rendezés előtti) sorszám: S_i .

Kiválogatás (N, E, T, K, Db, X) :

Rendezés (N, E, T, S)

$Db := 1$; $X(Db) := S(1)$; $j := 1$

Ciklus $i=2$ -től N -ig

Ha $E(i) \geq T(j) + K$ akkor $Db := Db + 1$; $X(Db) := S(i)$
 $j := i$

Ciklus vége

Eljárás vége.



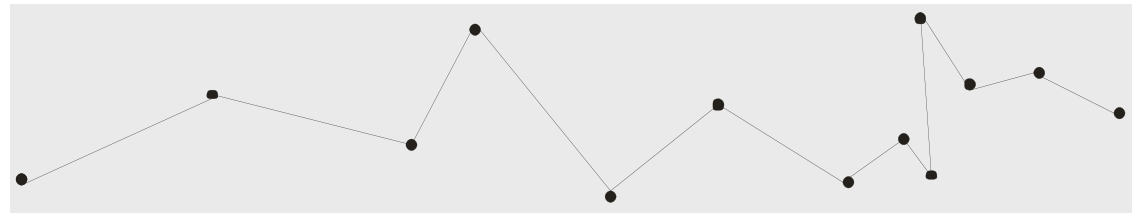


Mohó stratégia



Benzinkút probléma

Egy útvonalon N benzinkút található. Ismerjük az egyes benzinkutak távolságát, valamint azt, hogy tele tankkal az autónk hány kilométert tud megtenni (K)! Számold ki, hogy minimum hány helyen kell tankolnunk, s mondd is meg, hogy mely benzinkutaknál!





Mohó stratégia



A megoldás a benzinkutak halmazának egy B_1, \dots, B_k részhal-
maza, ahol $Táv(B_{i+1}) - Táv(B_i) \leq K$ és $Táv(N) - Táv(B_k) \leq K$.

Ami nem kérdés: a kezdőpontban (azaz az 1. benzinkútnál)
tankolni kell, azaz $B_1 = 1$.

Ami szintén nem kérdéses: a célpontban már nem kell tan-
kolni!

Mohó választás: Mindig a lehető legkésőbb tankoljunk, azaz
 B_2 legyen az a benzinkút, amelyre $Táv(B_2) - Táv(B_1) \leq K$, de
 $Táv(B_2 + 1) - Táv(B_1) > K$.





Mohó stratégia



Bizonyítás: Ha korábban (valamely j sorszámú benzinkútnál) tankolnánk, akkor 2 lehetőség van:

$Táv(B_3) - Táv(j) \leq K \rightarrow$ ugyanolyan számú tankolással célba érhetünk.

$Táv(B_3) - Táv(j) > K \rightarrow$ másodszor is hamarabb kell tankolnunk, ekkor a megoldás a további tankolási helyektől függ,

...

Azaz ha nem mohó módon választunk, akkor a tankolások száma vagy nem változik, vagy nagyobb lesz!





Mohó stratégia



Benzinkút $(N, Táv, db, B)$:

$db := 1; B(db) := 1$

Ciklus $i=2$ -től $N-1$ -ig

Ha $Táv(i+1) - Táv(B(db)) > K$

akkor $db := db + 1; B(db) := i$

Ciklus vége

Eljárás vége.

Megjegyzés: Ha $Táv(N) - Táv(B(db)) > K$, akkor nincs megoldás.





Mohó stratégia



Staféta

Az olimpiai lángot egy kiindulási városból a cél városba kell eljuttatni. A két város távolsága K kilométer. A szervezők meghirdették, hogy olyan futók jelentkezését várják, akik pontosan H kilométert futnak az olimpiai lánggal. Sok futó jelentkezett, mindegyik megadta, hogy hányadik kilométertől vállalja a futást. A szervezők ki akarják választani a jelentkezők közül a lehető legkevesebb futót, akik végigviszik a lángot.





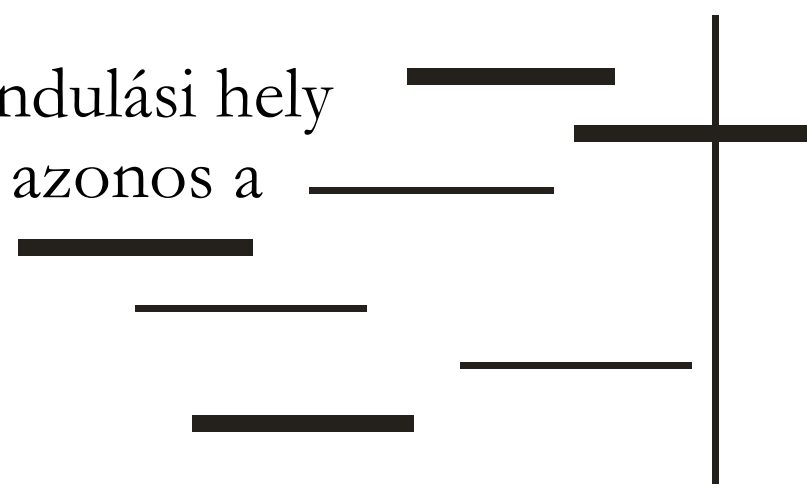
Mohó stratégia



Ha egy futó az x kilométertől fut, akkor minden olyan futó át tudja venni tőle a lángot, aki olyan z kilométertől vállalja a futást, hogy $z \leq x + H$.

A kiindulási városból biztosan indulni kell egy futónak. A megoldás a futók egy olyan F_1, \dots, F_k részhalmaza, amikor minden futó a lehető legkésőbb adja át a lángot a következő futónak.

Ha sorba rendezzük a futókat az indulási hely szerint, akkor a feladat megoldása azonos a benzinkutas feladat megoldásával.





Mohó stratégia



Staféta (N, E, H, db, B) :

$db := 1; B(db) := 1$

Ciklus $i=2$ -től $N-1$ -ig

Ha $E(i+1) > E(B(db)) + H$

akkor $db := db + 1; B(db) := i$

Ciklus vége

Eljárás vége.

Megjegyzés: Ha $E(N) > E(B(db)) + K$, akkor nincs megoldás.





Mohó stratégia



Staféta

Az olimpiai lángot egy kiindulási városból a cél városba kell eljuttatni. A két város távolsága K kilométer. Sok futó jelentkezett, mindegyikről tudjuk, hogy hányadik kilométertől hányadik kilométerig vállalja a futást. A szervezők ki akarják választani a jelentkezők közül a lehető legkevesebb futót, akik végigviszik a lángot.



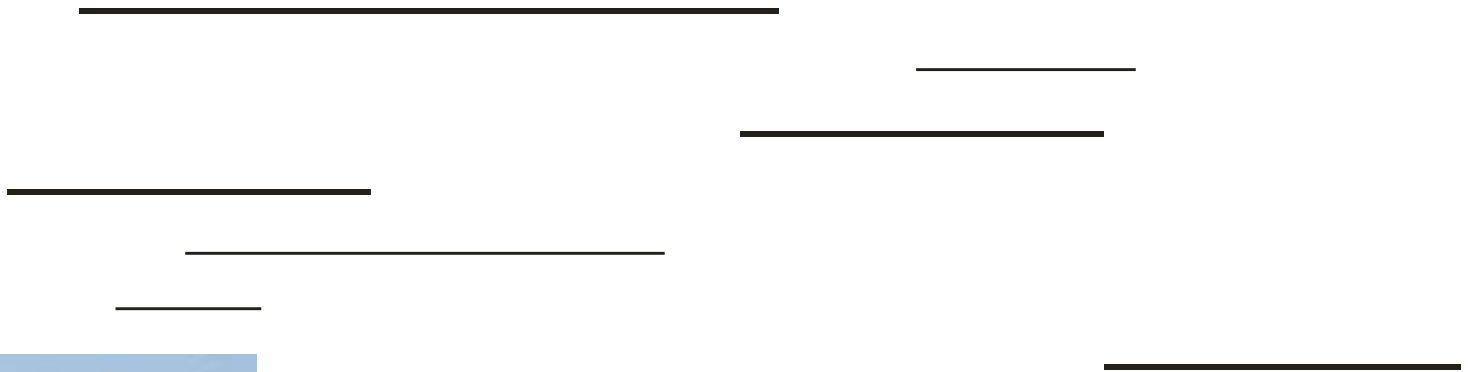


Mohó stratégia



Ha egy futó az x kilométertől az y kilométerig vállalja a futást, akkor minden olyan futó át tudja venni tőle a lángot, aki olyan z kilométertől vállalja a futást, hogy $x \leq z \leq y$.

A kiindulási városból biztosan indulni kell egy futónak. A megoldás a futók egy olyan F_1, \dots, F_k részhalmaza, amikor minden futó annak adja át a lángot, aki a lehető legtávolabb tudja vinni.





Mohó stratégia



Az i -edik futó $E(i)$ kilométertől $V(i)$ kilométerig vállalja a láng vitelét.

Rendezzük sorba a futókat az indulási hely szerint!

Az utoljára kiválasztott futó érkezési helyéig válasszuk ki azt a futót, aki a legmesszebb vinné a lángot! Ha a következő futó már később indul, mint az aktuális futó befejezné a futást, akkor a leg-messzebb menőnek kell átadnia a lángot.





Mohó stratégia



Staféta (N, E, V, db, B) :

$db := 1; B(db) := 1; lm := 1$

Ciklus $i=2$ -től $N-1$ -ig

Ha $V(i) > V(lm)$ akkor $lm := i$

Ha $E(i+1) > V(B(db))$

akkor $db := db + 1; B(db) := lm$

Ciklus vége

Eljárás vége.

Megjegyzés: Ha $E(N) > V(B(db))$, akkor nincs megoldás.





Rendezvény – mohó stratégia



Feladat:

Egy rendezvényen N előadást szeretnének tartani. Minden előadó megadta, hogy az előadását mettől meddig tartaná. Add meg, hogy minimum hány termet kell biztosítani az előadásoknak, hogy mindegyiket megtarthassák!

Megoldás:

Rendezzük sorba az előadásokat kezdési idő szerint! Vegyük sorra az előadásokat és tegyük be az első terembe, ahova betehetők! Ha mindegyik terem foglalt, akkor új terem kell kezdenünk!





Rendezvény – mohó stratégia



Rendezvény (N, A, B) :

$Db := 0$

Ciklus $i=1$ -től N -ig

$j := 1$

Ciklus amíg $j \leq Db$ és $A(i) < \text{Határ}(j)$

$j := j + 1$

Ciklus vége

Ha $j \leq Db$ akkor $\text{Határ}(j) := B(i)$; $Be(i) := j$
különben $Db := Db + 1$; $\text{Határ}(Db) := B(i)$
 $Be(i) := Db$

Ciklus vége

Eljárás vége.





Rendezvény – mohó stratégia



Megoldás:

Lehetne a legtöbb előadást berakni az első terembe, majd a maradékra ugyanezt alkalmazni (mint a filmes feladatnál)?

Nem! Ellenpélda:

A „filmés” megoldás szerint az 1. és a 3. kerülne az első terembe, a maradékból csak a 2. osztható be a második terembe, a 4.-nek új terem kell nyitni!

A jó megoldás: (1,4), (2,3) 2 teremben.





Lift - Mohó stratégia



Feladat:

Egy N emeletes házban szokatlan módon üzemeltetik a liftet. A lift az első szintről indul és mindig felmegy a legfelső szintre, majd visszatér az első szintre. Menet közben megáll minden olyan szinten, amelyik úticélja valamelyik liftben tartózkodó utasnak. Olyan szinten is megáll, ahonnan utazni szándékozik valaki az aktuális irányban, feltéve, hogy még befér a liftbe (figyelembe véve az adott szinten kiszállókat). A liftben egyszerre K ember lehet.

Legkevesebb hány menet (egyszer felmegy, majd lejön) szükséges ahhoz, hogy minden várakozó embert elszállítson a lift?





Lift – mohó stratégia



Legyen $E(i,j)$ az i . szintről utazó j . ember célemelete ($E(i,j)=0$ az utolsó után)! Ezek alapján ki tudjuk számolni azt is, hogy az i . emeleten felfelé menő liftből hányan szállnának ki ($CF(i)$), illetve a lefelé menő liftből hányan szállnának ki ($CL(i)$).

Ezekből azt is kiszámolhatjuk, hogy az i . emeletről hányan mennének felfelé ($F(i)$), illetve lefelé ($L(i)$).

A mohó megoldás lényege: mindig a lehető legtöbb ember legyen a liftben!

$$\text{Menet} = \max_{i=1..n} \left(\max \begin{cases} (F(i)-1) \text{ div } K + 1 \\ (L(i)-1) \text{ div } K + 1 \end{cases} \right)$$





Lift – mohó stratégia



Lift:

Menet:=0; $F(0) := 0$

Ciklus $i=1$ -től $N-i$ ig

$F(i) := F(i-1) - CF(i)$; $j := 1$

Ciklus amíg $E(i, j) > 0$

Ha $E(i, j) > i$ akkor $F(i) := F(i) + 1$

$j := j + 1$

Ciklus vége

$At := (F(i) - 1) \text{ div } K + 1$

Ha $At > Menet$ akkor $Menet := At$

Ciklus vége

...





Lift – mohó stratégia



...

$L(N+1) := 0$

Ciklus $i=N$ -től 1-ig -1-esével

$L(i) := L(i+1) - CL(i); j := 1$

Ciklus amíg $E(i, j) > 0$

Ha $E(i, j) < i$ akkor $L(i) := L(i) + 1$

$j := j + 1$

Ciklus vége

$At := (L(i) - 1) \text{ div } K + 1$

Ha $At > Menet$ akkor $Menet := At$

Ciklus vége

Eljárás vége.





Taxi - Mohó stratégia



Feladat:

Egy vállalkozó N megálló között szállít utasokat minibusszal. A korlátozások előírták neki, hogy egy menetben mindig az 1. megállótól kell indulnia és az i -edik megállótól az $i+1$ -edik megállóba kell mennie. Ismeri az utasok igényeit, tehát minden utasról tudja, hogy melyik megállótól melyik megállóig akar utazni.

Legjobb esetben összesen hány utast tud egy menetben az utas igényének megfelelő helyre elszállítani?





Taxi - Mohó stratégia



Minden állomáson legfeljebb K kiszálló lehet. Ha több lenne, akkor a K legkésőbb beszállót érdemes figyelembe venni.

A taxi K helyéhez rendeljük hozzá az utolsó kiszálló helyét!

Nézzük végig az állomásokat!

Az i -edik állomások kiszállók közül, akit lehet, a beszállási helyén tegyük be a taxiba! Ha többen is lehetnek, akkor először a legkorábban beszállót érdemes betenni!





Taxi - Mohó stratégia



Taxi:

...

Eljárás vége.





Darabolás - Mohó stratégia



Feladat:

Adott egy fémrúd, amelyet megadott számú és hosszúságú darabokra kell felválni. Olyan vágógéppel kell a feladatot megoldani, amely egyszerre csak egy vágást tud végezni. A vágások tetszőleges sorrendben elvégezhetőek. Egy vágás költsége megegyezik annak a darabnak a hosszával, amit éppen (két darabra) vágunk. A célunk optimalizálni a műveletsor teljes költségét.

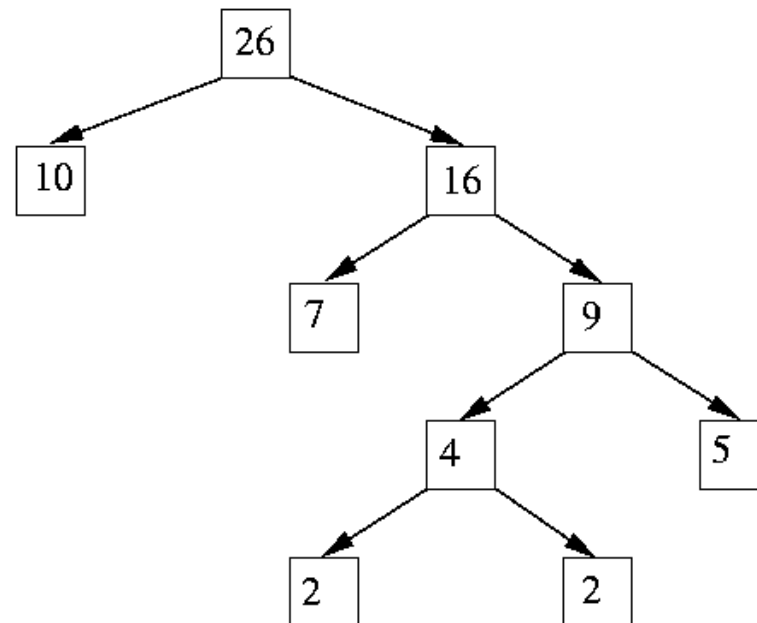




Darabolás - Mohó stratégia



Minden darabolás, így az optimális is leírható egy bináris fával. A fa levelei tartalmazzák a bemenetként kapott darabok hosszait, és minden belső pontja annak a darabnak a hosszát, amelyből vágással a két fiú-pontban lévő darab keletkezett, azaz a két fiának az összegét. Példánk esetén a fa a következőképpen néz ki.





Darabolás - Mohó stratégia



A darabolás összköltsége is kifejezhető a fával, nevezetesen, az összköltség éppen a fa belső (nem levél) pontjaiban található számok összege. Fordítva is igaz, minden ilyen fa egy darabolást ír le. A fa költségén a fa belső pontjaiban lévő számok összegét értjük. Tehát keressük az optimális megoldást, mint egy darabolási fát, tehát azt, amelynek a költsége minimális. A darabolási fa költsége kifejezhető a következőképpen. Legyenek d_1, \dots, d_N a vágandó darabok hosszai és legyen m_i a d_i . darabot tartalmazó levélpont mélysége (a fa gyökerétől vett távolsága) a fában. Ezekkel a jelölésekkel a fa költsége:

$$\sum_{i=1}^N m_i * d_i$$





Darabolás - Mohó stratégia



Az optimális fára teljesül:

- A két legkisebb értéket tartalmazó levélpont mélysége a legnagyobb, és testvérek.
- A két legkisebbet elhagyva optimális megoldást kapunk arra a bemenetre, amiben a két legkisebb helyett az összegük szerepel.

Építsük a darabolási fát úgy, hogy lépésenként a két legkisebb értéket tartalmazó pontot egy új pont két fiává tesszük, és az új pontba a két fiúban lévő érték összegét írjuk!





Darabolás - Mohó stratégia



Darabol:

Költség:=0

Ciklus $i=1$ -től N -ig

PrSorba(i); Fa(i).bal:=0; Fa(i).jobb:=0

Ciklus vége

Ciklus $i=1$ -től $N-1$ -ig

PrSorból(x); PrSorból(y)

$z:=i+N$; D(z):=D(x)+D(y); PrSorba(z)

Fa(z).bal:= x ; Fa(z).jobb:= y

Költség:=Költség+D(z)

Ciklus vége

Eljárás vége.





Konténer – Mohó stratégia



Feladat

Egy raktárban egyetlen sorban egymás mellett van $N \leq 10000$ kocka alakú konténer. Mindegyik konténer egy konténerhelyet foglal el a K méretétől ($K \leq 1000$) függetlenül. A raktárosnak helyet kell biztosítani újonnan érkező konténerek számára. Helyet csak úgy tud biztosítani, ha konténereket egymásra rak. Konténer csak nálánál nagyobb méretű konténerre rakható rá, de ennek betartásával akárhány konténer rakható egymásra. Az átpakolást olyan robottal végezhetjük, amely bármely konténert fel tud venni, de csak balról jobbra haladva tud szállítani.





Konténer – Mohó stratégia



Megoldás

Minden mérethez adjuk meg az olyan méretű konténerek indexei sorozatát, növekvő sorrendben!

Induljunk méret szerint visszafelé és minden előző helyen levő kisebb konténerből egyet tegyünk az aktuálisra!

Legyen $D_b(i)$ az i méretű konténerek száma, $Index(i,j)$ pedig a j . i méretű konténer sorszám!

Jelölje $Akt(i)$ azt a j indexet, amelyik konténert az i méretűek közül még nem raktuk sehova!





Taxi - Mohó stratégia



Konténer:

Előkészítés ($m, Db, Index$)

$Akt(i) := (1, \dots, 1); Hely := 0;$

Ciklus amíg $m > 0$

$i := Index(m, Akt(m))$

Ciklus $k = m - 1$ -től 1 -ig -1 -esével

Ha $Akt(k) \leq Db(k)$ és $Akt(k) < i$

akkor $Hely := Hely + 1; Akt(k) := Akt(k) + 1$

Ciklus vége

$Akt(m) := Akt(m) + 1$

Ciklus amíg $m > 0$ és $Akt(m) > Db(m)$

$m := m - 1$

Ciklus vége

Ciklus vége

Eljárás vége.





Mohó stratégia



A mohó stratégia elemei

1. Fogalmazzuk meg az optimalizációs feladatot úgy, hogy választások sorozatával építjük fel a megoldást!
2. Mohó választási tulajdonság: Mutassuk meg, hogy mindig van olyan megoldása az eredeti feladatnak, amely a mohó választással kezdődik!
3. Optimális részprobléma tulajdonság: Bizonyítsuk be, hogy a mohó választással olyan redukált problémát kapunk, amelynek optimális megoldásához hozzávéve a mohó választást, az eredeti probléma megoldását kapjuk!





Mohó stratégia